المتوكل في الرياضيات

الأستاذ عبد الرحمن ابو علفة

أولا : التوجيهي ما بده طالب اينشتاين بده طالب بدرس ومنظم وقته وبخاف ربه بالدرجة الاولى ، قال تعالى : ﴿وَمَنْ يَتَّقِ اللَّهَ يَجْعَلْ لَهُ مَخْرَجًا وَيَرْزُقْهُ مِنْ حَيْثُ لَا يَحْتَسِبُ﴾

ثانيا : خليك فاهم انه انت الأساس الاهل والأستاذ والظروف عوامل مساعدة لا أكثر تعبك وسهرك وحرمانك من كثير شغلات كله راح تلاقيه وقت النتائج لما تشوف حالك متفوق وناجح راح تنسى كل التعب وتحكي الحمد لله اني درست وما قصرت وفرحت أهلي حرفيا وقت النتائج يكرم المرء أو يهان، وما بننسى الوعد الإلاهي:

﴿ إِنَّا لَا نُضِيعُ أَجْرَ مَنْ أَحْسَنَ عَمَلًا ﴾

ثالثا : راح تمر عليك أوقات تحس حالك ضعيف وما عندك نفس للدراسة وتحس انك مش قد الطريق اللي اخترته بدي اياك تكون متيقن تمامًا انه ربنا سبحانه وتعالى ما بحملك اكثر من طاقتك .

﴿ لا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا﴾

ربنا بقدرته سبحانه وتعالى واثق أنك قد هذا الطريق عشان هيك الهمك وساعدك في اختياره وأمرك الله بنفس الوقت اجتهد واتعب وخذ بالأسباب وتوكل علي

﴿فَإِذَا عَزَمْتَ فَتَوَكَّلْ عَلَى اللَّهِ إِنَّ اللَّهَ يُحِبُّ الْمُتَوَكِّلِينَ﴾

بعض الأدعية قبل البدء بالدراسة :

بسم الله والصلاة والسلام على رسول الله اللهم صلي وسلم وبارك على سيدنا محمد اللهم اشرح لي صدري ويسر لي أمري واحلل العقده من لساني يفقه قولي اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا في ما علمتنا اللهم افتح علي فتوح العارفين بحكمتك، وانشر علي رحمتك وذكرني ما نسيت يا ذا الجلال والإكرام، إنك على كل شيء قدير

محبكم والداعي لكم بالخير الاستاذ عبد الرحمن ابو علفة

الاقتران المتشعب

هو الاقتران المعّرف بأكثر من قاعدة بحيث تُستعمل كل قاعدة على جزء معين من المجال.

نقطة التشعب

النقطة التي تتغير عندها قاعدة الاقتران المتشعب

- قيمة x الموجودة بقاعدتين وعندها أكبر أو أصغر.

مثال 1

إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}3x^2, & x<-1\\ 4x-3, & -1\le x\le 4\\ 2, & x>4\end{cases}$$

أجد كلًا مما يلي:

الحل

① $f(-2)=3(-2)^2=12$

② $f(-1)=4(-1)-3=-7$

③ $f(0)=4(0)-3=-3$

④ $f(4)=4(4)-3=13$

⑤ $f(8)=2$

⑥ $f(5)=2$

⊙ مفاهيم:

مجال الاقتران

هو مجموعة القيم التي يأخذها المتغير x. (ولتوضيح المجال يمكن تمثيل الاقتران على خط الأعداد)

مدى الاقتران

هو مجموعة القيم التي يأخذها المتغير y

- **تمثيل الاقتران الثابت والخطي والتربيعي بيانيًا**

① الثابت "$y=c$": خط أفقي موازٍ لمحور x

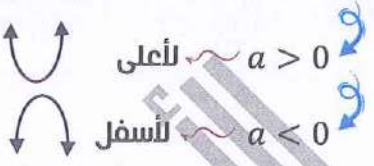
② الخطي "$f(x)=ax+b$"

نختار نقطتين من المجال إحداهما نقطة التشعيب لتحديد إذا كانت حلقة مفرغة أم مغلقة والنقطة الأخرى الطرف الآخر إن وجد.

③ التربيعي "$f(x) = ax^2 + bx + b$"

الخطوات

(I) أحدد اتجاه فتحه القطع المكافئ



(II) أجد محور التماثل: $x = \frac{-b}{2a}$

وإحداثي الرأس $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

(III) نعوّض قيمتين إضافيتين المجال إحداهما نقطة التشعب.

مثال 2

إذا كان

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & -3 \le x < 1 \\ x^2, & x \ge 1 \end{cases}$$

1 أحدد مجال $f(x)$

الحل

المجال: $[-3, \infty)$

2 أجد قيمة $f(-2)$

الحل

$f(-2) = -2(-2) + 1 = 5$

3 أجد قيمة $f(1)$

الحل

$f(1) = 1$

4 أمثل الاقتران بيانيًا وأحدد مداه

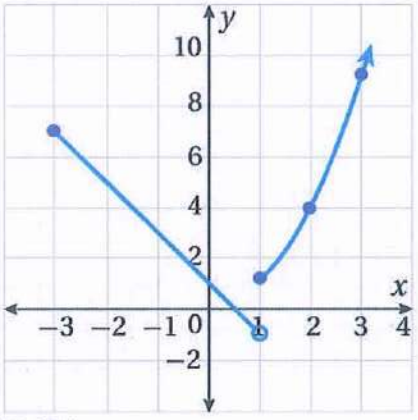
الحل

القاعدة: $f(x) = -2x + 1 \ , -3 \le x < 1$

x	-3	1
$f(x)$	7	-1
(x, y)	$(-3, 7)$	$(1, -1)$

القاعدة: $f(x) = x^2 \ , \ x \ge 1$

x	1	2	3
$f(x)$	1	4	9
(x, y)	$(1, 1)$	$(2, 4)$	$(3, 9)$



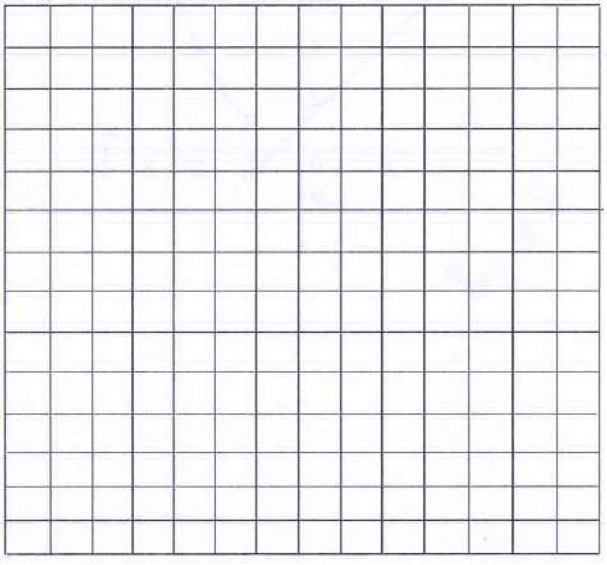
مثال 3

أمثل الاقتران الآتي بيانيًا، وأحدد مجاله ومداه

$$f(x)=\begin{cases}3x-4, & x<3\\ x+3\ , & x\geq 3\end{cases}$$

تبييض

الحل



مثال 4

إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}3x+2 & ,x<2\\ 5 & ,x=2\\ 2x-1 & ,x>2\end{cases}$$

ⓐ حدد الجال

ⓑ أجد قيم $f(2), f(5)$

ⓒ أمثّل الاقتران $f(x)$ بيانيًا وأحدد مداه

الحل

ⓐ مجال الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

ⓑ

$f(2)=5$

$f(5)=2(5)-1=9$

ⓒ

$f(x)=3x+2 \quad , \quad x<2$

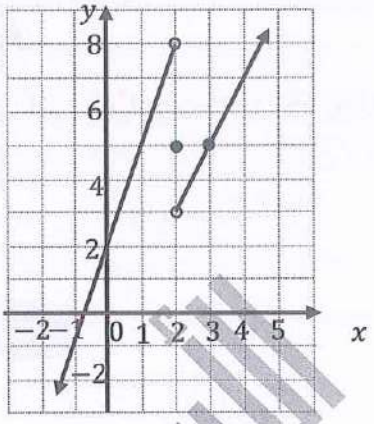
x	0	1	2
$f(x)$	2	5	8
(x,y)	(0,2)	(1,5)	(2,8)

$f(x)=5 \quad , \quad x=2$

$f(2)=5$

$f(x)=2x-1 \quad , \quad x>2$

x	2	3	4
$f(x)$	3	5	7
(x,y)	(2,3)	(3,5)	(4,7)



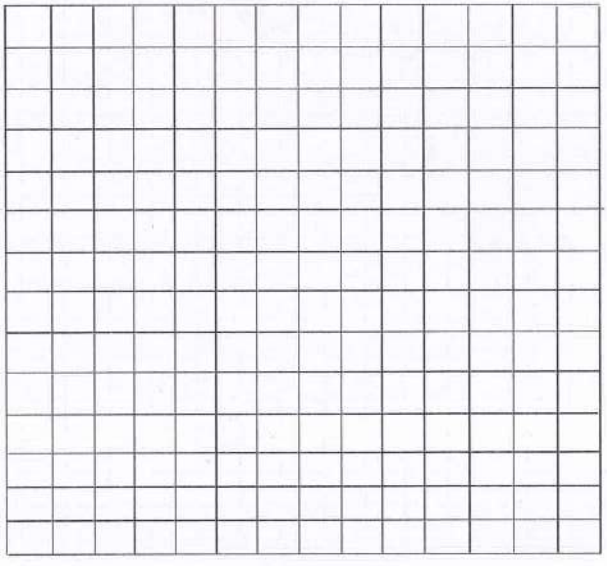
المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية

مثال 5

أمثل الاقتران الآتي بيانيًا محددًا مجاله ومداه

$$f(x) = \begin{cases} 2 , & x \leq 4 \\ -2 , & x > 4 \end{cases}$$

تبيض الحل

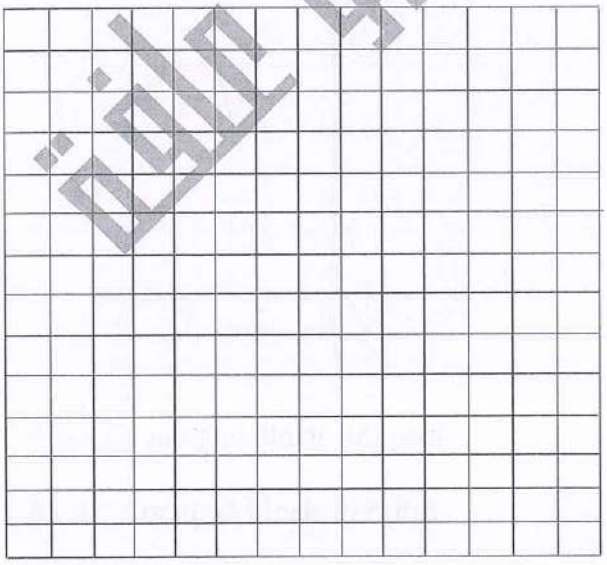


مثال 6

أمثل الاقتران الآتي بيانيًا، وأحدد مجاله ومداه

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & , x < 1 \\ 5 & , 1 \leq x < 4 \\ x + 2 & , x \geq 4 \end{cases}$$

تبيض الحل



الأستاذ عبد الرحمن أبو علفة

مثال 7

أمثل الاقتران الآتي بيانيًا، وأحدد مجاله ومداه

$$f(x)=\begin{cases}2x+1 & ,x<0\\ -1 & ,0\le x\le 3\\ x^2-4 & ,x>3\end{cases}$$

الحل

$f(x)=2x+1 \quad , \quad x<0$

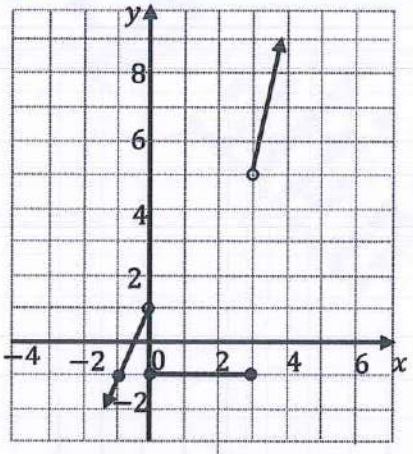
x	-2	-1	0
$f(x)$	-3	-1	1
(x,y)	$(-2,-3)$	$(-1,-1)$	$(0,1)$

$f(x)=-1 \quad , \quad 0\le x\le 3$

x	0	1	2	3
$f(x)$	-1	-1	-1	-1
(x,y)	$(0,-1)$	$(1,-1)$	$(2,-1)$	$(3,-1)$

$f(x)=x^2-4 \quad , \quad x>3$

x	3	4	5
$f(x)$	5	12	21
(x,y)	$(3,5)$	$(4,12)$	$(5,21)$



- المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية
- المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية

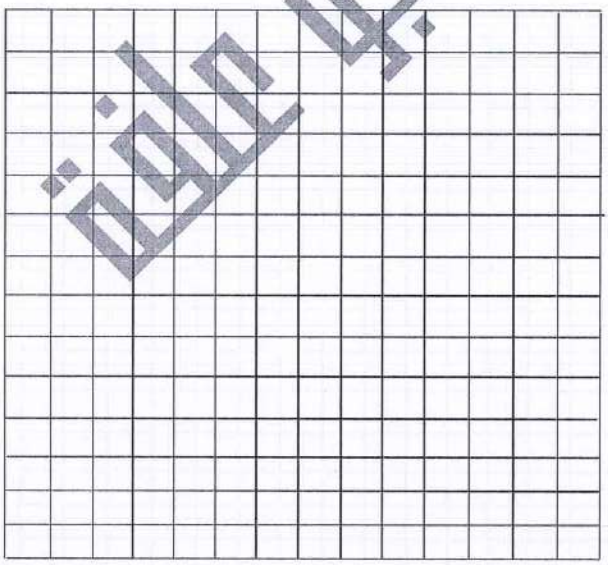
مثال 8

أمثل الاقتران الآتي بيانيًا، وأحدد مجالها ومداها

$$f(x)=\begin{cases}3 & , \quad x=1\\ -x+2 & , \quad x\ne 1\end{cases}$$

تبيض

الحل



الأستاذ عبد الرحمن ابو علفة

إيجاد قاعدة الاقتران المتشعب إذا علم تمثيله

أتذكر

لإيجاد معادلة المستقيم نحتاج إلى ميل ونقطة تقع عليه.

الخطوات

① نحدد نقطتين على المستقيم من الرسم ونحسب الميل

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

② نختار أي نقطة ونعوّض في المعادلة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

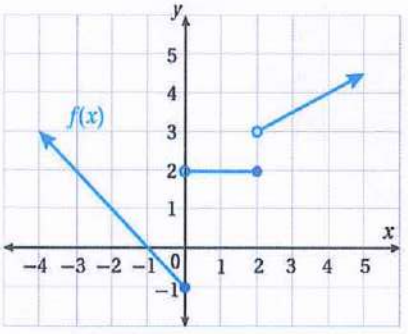
◀ **حالة خاصة:** إذا كان المستقيم أفقي فإن

عدد = y

مثال 9

اكتب قاعدة الاقتران المتشعب الممثل بيانيًا في كل من الأشكال الآتية:

1.



الحل

نكتب القاعدة التي يمثلها الجزء الأيسر ونجد الميل بين $(0,-1)$ و$(-1,0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 0}{0 + 1} = -1$$

نختار النقطة $(-1,0)$ ونكتب المعادلة

$$y - 0 = -1(x + 1)$$

$$y = -x - 1$$

هذه القاعدة تقابل الفترة $(-\infty, 0]$ من مجال $f(x)$

◀ نكتب القاعدة التي تمثل الجزء الأوسط

$$f(x) = 2$$

مجالها $(0, 2]$

◀ نكتب القاعدة التي تمثل الجزء الأيمن ونجد الميل بين $(4, 4)$ و$(2,3)$

$$m = \frac{4 - 3}{4 - 2} = \frac{1}{2}$$

نختار النقطة $(4,4)$ ونكتب المعادلة

$$y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4)$$

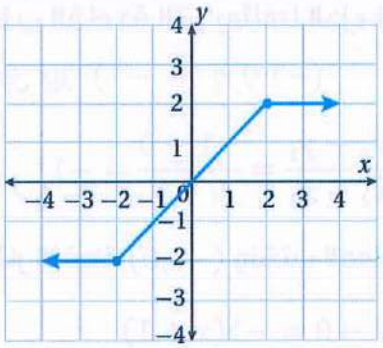
$$y = \frac{x}{2} + 2$$

مجالها $(2, \infty)$

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & , x \le 0 \\ 2 & , 0 < x \le 2 \\ \frac{1}{2}x + 2 & , x > 2 \end{cases}$$

أبو علفة للرياضيات

2



الحل

الجزء الأيسر:

نجد الميل بين $(-2,-2)$ **و** $(-3,-2)$

$$m = 0$$

نختار $(-2,-2)$ **ونكتب المعادلة**

$$y + 2 = 0(x + 2)$$

$$y + 0 = 0(x + 2)$$

$$y = -2 \quad , \quad x \le -2$$

الجزء الأوسط:

نجد الميل بين $(1,1)$ **و** $(-1,-1)$

$$m = 1$$

نختار $(1,1)$ **ونكتب المعادلة**

$$y - 1 = 1(x - 1)$$

$$y = x \quad , \quad -2 \le x \le 2$$

الجزء الأيمن:

نجد الميل بين $(3,2)$ **و** $(2,2)$

$$m = 0$$

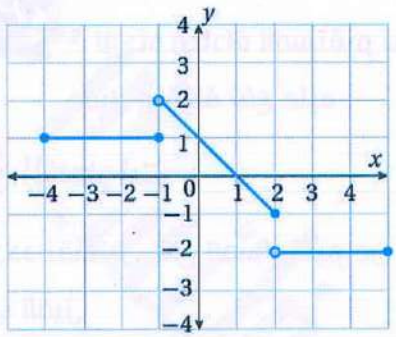
نختار $(3,2)$ **ونكتب المعادلة**

$$y - 2 = 0(x - 3)$$

$$y - 2 = 0 \quad \curvearrowleft \quad y = 2 \ , \ x \ge 2$$

$$f(x) = \begin{cases} -2 & ,0 \le -2 \\ x & ,-2 \le x \le 2 \\ 2 & ,x \ge 2 \end{cases}$$

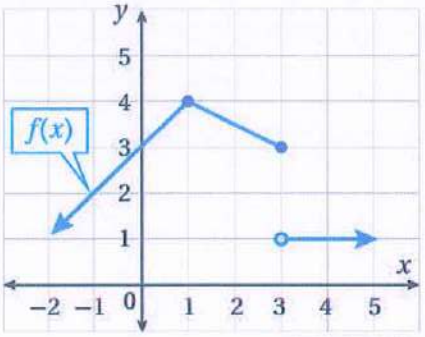
3



الحل **تبيض**

الأستاذ عبد الرحمن ابو علفة

4



الحل

الجزء الأيسر

نجد الميل بين $(1,4)$، $(-1,2)$

$$m=\frac{2}{2}=1$$

نختار $(1,4)$

$$y-4=1(x-1)$$

$$y=x+3 \quad , \quad x\le 1$$

الجزء الأوسط

$$(1,4) \quad , \quad (3,3)$$

$$m=\frac{-1}{2}$$

نختار $(3,3)$

$$y-3=\frac{-1}{2}(x-3)$$

$$y=\frac{-1}{2}x+\frac{3}{2}+3$$

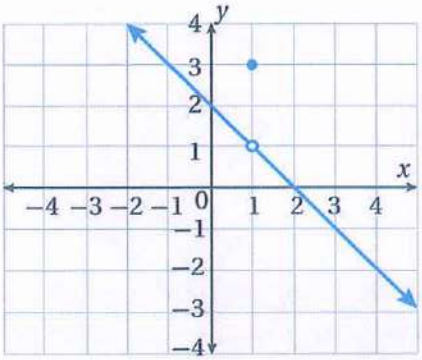
$$y=\frac{-1}{2}x+\frac{9}{2} \quad , \quad 1\le x\le 3$$

الجزء الأيمن:

$$f(x)=1 \quad , \quad x>3$$

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & ,x\le 1 \\ \frac{-1}{2}x+\frac{9}{2} & ,1\le x\le 3 \\ 1 & ,x>3 \end{cases}$$

5



تبيض

الحل

مسائل حياتية

مثال 10

أجرة ساعة العمل الواحدة في إحدى الشركات 4 دنانير خلال أوقات العمل النظامية المعتادة ضمن 40 ساعة عمل في الأسبوع. وتدفع الشركة لكلّ ساعة عمل إضافي فوق ذلك أجرة ساعة ونصف من ساعات العمل المعتاد. أكتبُ اقترانًا لحساب الأجرة الأسبوعية لعامل اشتغل x ساعة في أسبوع.

أستاذ عبد الرحمن أبو علفة

الحل تبيض

مثال 11

زادت شركة رواتب موظفيها الشهرية وفق الأسس الآتية: الرواتب التي تقلّ عن 400 دينار زيدت بنسبة 15% ، والرواتب من 400 دينار إلى أقلّ من 600 دينار زيدت بنسبة 10%، مع علاوة ثابتة بقيمة 20 دينارًا، والرواتب من 600 دينار وأكثر زيدت 80 دينارًا. أكتبُ اقترانًا متشعّبًا لحساب الراتب الجديد لموظّفي الشركة.

الحل تبيض

مثال 12

كهرباء: تزوّد شركة الكهرباء القطاع التجاري بالطاقة الكهربائية مقابل 1.20 دينار شهريًا (رسومًا ثابتة)، يُضاف إليها 0.121 دينار لكُلّ كيلو واط ساعة لأول 2000 كيلو واط ساعة في الشهر، و 0.176 دينار لكل كيلو واط ساعة من كمّية الاستهلاك الزائدة على 2000 كيلو واط ساعة في الشهر. أكتبُ الاقترانَ الذي يُعطي قيمة فاتورة الكهرباء بدلالة كمّية الاستهلاك x كيلو واط ساعة شهريًا.

الحل تبيض

الأستاذ عبد الرحمن أبو علفة