رسالة من القلب

أوجّه إليكم رسالة من القلب، أنتم اليوم في مرحلة مهمة من حياتكم، مرحلة تتطلب منكم الجهد والإصرار، لكنّي أؤمن بقدرتكم على التميّز والتفوّق. لا تنظروا إلى التوجيهي على أنه عبء، بل فرصة لإثبات الذات وبداية لمستقبل مشرق بإذن الله.

أنا معكم خطوة بخطوة،وسأبذل جهدي لأوصلكم إلى أعلى درجات النجاح. ثقوا بأنكم قادرون، ولا تترددوا في السؤال، والمراجعة، والتكرار، فالتفوق لا يأتي صدفة، بل هو نتاج تعب وصبر وإرادة.

شدّوا الهمة، وخلّوا هدفكم قدّام عيونكم دائمًا، وأنا فخور بكل واحد فيكم.

أخوكم ومعلّمكم،
الأستاذ جمعة عياش

الأستاذ جمعة عياش - Jumah Ayash

jumah_ayash

الأستاذ جمعة عياش

الفهرس

الوحدة الأولى : الاقترانات و المقادير الجبرية

الموضوع	رقم الصفحة
الدرس الأول : الاقترانات المتشعبة	1
الدرس الثاني : حل معادلات القيمة المطلقة و متبايناتها	30
الدرس الثالث : نظريتا الباقي و العوامل	45
الدرس الرابع : الكسور الجزئية	69
اختبار نهاية الوحدة	95
صفحة QR : حلول أسئلة التدريبات و اختبار نهاية الوحدة	97

الوحدة الأولى :الاقترانات و المقادير الجبرية

الدرس الأول الاقترانات المتشعبة

أفكار الدرس:
- الاقتران المتشعب و تمثيله بيانياً
- اقتران القيمة المطلقة و تمثيله بيانياً

الجزء الأول الاقتران المتشعب

◀ **الاقتران متشعب** هو الاقتران الذي له أكثر من قاعدة و لكل قاعدة مجال معّرف عليها .

◀ **مثلا**

$$f(x)=\begin{cases}2x+5 & ,1\le x<4\\ x^2-1 & ,x\ge 4\end{cases}$$

◀ **للاقتران $f(x)$ قاعدتين :**

القاعدة الأولى

هي $(2x+5)$ و تستخدم عندما قيم x تقع في الفترة $1\le x<4$ حيث يُسمح باستخدام القاعدة عند $x=1$ لأنه يوجد مساواة و لكن لا يُسمح باستخدام القاعدة عند $x=4$ لأنه لا يوجد مساواة .

القاعدة الثانية

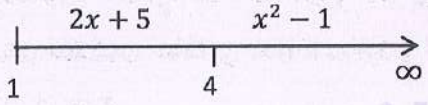
هي (x^2-1) و تستخدم عندما قيم x تقع في الفترة $x\ge 4$ حيث يستخدم عند $x=4$ لأنه يوجد مساواة .

◀ **مثلاً**

- $f(2)=2(2)+5=4+5=9$
- $f(4)=(4)^2-1=16-1=15$
- $f(1)=2(1)+5=7$
- $f(7)=(7)^2-1=49-1=48$
- $f(2.5)=2(2.5)+5=5+5=10$

◀ **هام جداً**

- مجال هذا الاقتران هو $x\in[1,\infty)$
- و لتوضيح المجال يمكن تمثيل الاقتران على خط الأعداد كما يلي :



قيم x تبدأ من $x=1$ و حتى المالانهاية .

مثال ① تمهيدي (خارجي)

إذا كان $f(x)=\begin{cases}2-x & ,1\le x<3\\ x^2-7 & ,3\le x<5\\ 6 & ,x\ge 5\end{cases}$

① أجد قيمة كل مما يلي :

$f(1),f(3),f(3.5),f(5),f(4)+f(7)$

② أجد مجال $f(x)$

③ امثل الاقتران $f(x)$ بيانياً و أحدد مداه .

الحل

① $f(1) = 2 - 1 = 1$

$f(3) = (3)^2 - 7 = 9 - 7 = 2$

$f(3.5) = (3.5)^2 - 7 = 5.25$

$f(5) = 6$

$f(4) = (4)^2 - 7 = 16 - 7 = 9$

$f(7) = 6$

$f(4) + f(7) = 9 + 6 = 15$

② مجال $f(x)$ هو الفترة $[1, \infty)$.

③ يوجد لدينا ثلاث قواعد للاقتران $f(x)$

القاعدة الأولى

$f(x) = 2 - x \quad , \quad 1 \leq x < 3$

نوع الاقتران الخطي لذلك نقوم بعمل جدول يتضمن نقطتين فقط و هما البداية و النهاية $x = 3 , x = 1$

x	1	3
$f(x)$	1	-1

- و عند تعيين النقطة $(1 , 1)$ تكون دائرة مغلقة (يوجد مساواة)
- و عند تعيين النقطة $(-1 , 3)$ تكون دائرة مفتوحة (لا يوجد مساواة)

القاعدة الثانية

$f(x) = x^2 - 7 \quad , \quad 3 \leq x < 5$

نوع الاقتران تربيعي لذلك نقوم بعمل جدول يتضمن 3 نقاط نقطة البداية $x = 3$ ونقطة النهاية $x = 5$ و نقطة بينهما $x = 4$ و بما أن معامل x^2 موجب يكون مفتوح للأعلى .

x	3	4	5
$f(x)$	2	9	18

القاعدة الثالثة $f(x) = 6 \quad , \quad x \geq 5$

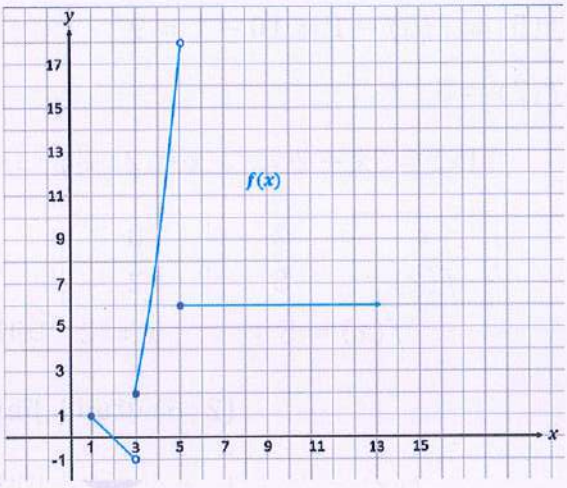
نوع الاقتران ثابت .

x	5	7
$f(x)$	6	6

ملحوظة

المطلوب في التمثيل البياني الاقتران متشعب فقط 3 أنواع من الاقترانات و هي الثابت و الخطي والتربيعي

- الثابت ← خط أفقي موازي للمحور x
- الخطي ← عمل جدول يحتوي على نقطتين
- التربيعي ← عمل جدول يحتوي على 3 نقاط مع الانتباه لمعامل x^2 إذا كان موجباً مفتوح للأعلى و إذا كان سالباً مفتوح الأسفل .



ملحوظة

عند إيجاد صورة من الرسم تكون عند الدائرة المغلقة لاحظ $f(3)=2\ ,f(5)=6$

المدى يمثل قيم y و بالتالي مداه $(-1\ ,1]\cup[2\ ,18)$

حل آخر مداه $R-(1\ ,2)$

انتبه إذا استخدمنا الاستثناء المفتوحة تصبح مغلقة و المغلقه تصبح مفتوحة .

تذكير هام

- $[a\ ,b]$ فترة مغلقة $a\ ,b$ يقعان في الفترة
- $(a\ ,b)$ فترة مفتوحة $a\ ,b$ لا يقعان في الفترة
- $(a\ ,b]$ فترة نصف مغلقة حيث a تقع في الفترة بينما b لا تقع في الفترة .

QR صفحة 97

تدريب 1

$$f(x)=\begin{cases}3x^2 & , \quad x<-1\\ 4x-3 & ,-1\le x\le 4\\ 2 & , \quad x>4\end{cases}$$ إذا كان

فجد كلاً من :

① $f(-2)$ ② $f(-1)$

③ $f(0)$ ④ $f(4)$

⑤ $f(8)$ ⑥ $f(5)$

مثال 2

$$f(x)=\begin{cases}-2x+1 & , \quad -3\le x<1\\ x^2 & , \quad x\ge 1\end{cases}$$ إذا كان

① أجد مجال $f(x)$

② أجد قيمة $f(-2)\ ,f(1)$

③ امثل الاقتران $f(x)$ بيانياً و أحدد مداه .

الحل

① مجال $f(x)$ هو الفترة $[-3\ ,\infty)$.

② $f(-2)=-2(-2)+1=4+1=5$

$f(1)=(1)^2=1$

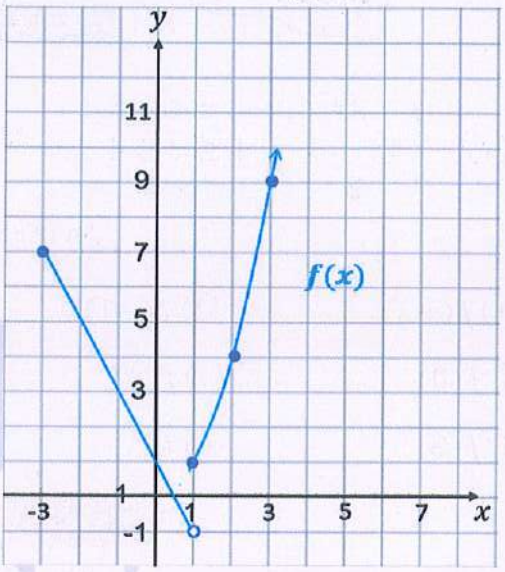
③ أولاً $f(x)=-2x+1\ ,-3\le x<1$

x	-3	1
$f(x)$	7	-1

ثانياً $f(x)=x^2\quad ,\quad x\ge 1$

x	1	2	3
$f(x)$	1	4	9

مفتوح للأعلى



مداه الفترة $(-1, \infty)$

مثال 3

إذا كان $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & , \quad x < 2 \\ 5 & , \quad x = 2 \\ 2x-1 & , \quad x > 2 \end{cases}$

① أجد مجال $f(x)$

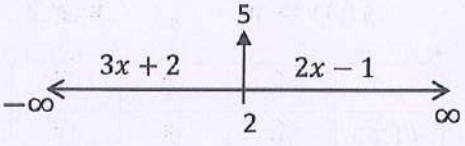
② أجد قيمة $f(5), f(2)$

③ امثل الاقتران $f(x)$ بيانياً و أحدد مداه .

الحل

① مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

حل آخر مجال $f(x)$ هو $(-\infty, \infty)$



② $f(5) = 2(5) - 1 = 10 - 1 = 9$

$f(2) = 5$

③ أولاً $f(x) = 3x + 2 \quad , \quad x < 2$

x	2	0
$f(x)$	8	2

ثانياً $f(x) = 5 \quad , \quad x = 2$

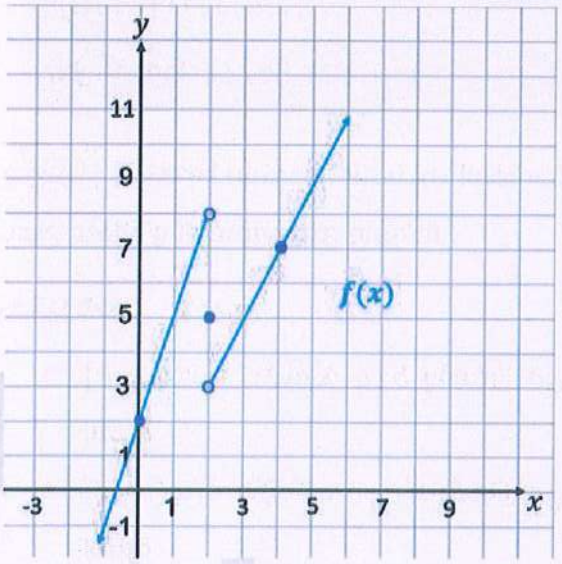
يمثل النقطة $(2, 5)$

ثالثاً $f(x) = 2x - 1 \quad , \quad x > 2$

x	2	4
$f(x)$	3	7

و مداه مجموع الأعداد الحقيقية R

حل آخر مداه $(-\infty, \infty)$



تدريب 2

QR صفحة 97

إذا كان

$$f(x)=\begin{cases}3x^2 & , \quad x<-1\\ 4x-3 & , \quad -1\le x\le 4\\ 2 & , \quad x>4\end{cases}$$

مثّل منحنى $f(x)$ بيانياً .

ملحوظة

حلول جميع التدريبات نهاية الوحدة (الإجابات النهائية) .

مثال 4

أمثّل كلاً من الاقترانات الآتية بيانياً وأحدد مجاله و مداه .

$$\text{①}\ f(x)=\begin{cases}3-2x & , \quad x<-1\\ 6 & , -1\le x\le 3\\ x^2 & , \quad x>3\end{cases}$$

الحل

مجال $f(x)$ مجموعة الأعداد الحقيقية R

أولاً $f(x)=3-2x \quad , \quad x<-1$

x	-1	-2
$f(x)$	5	7

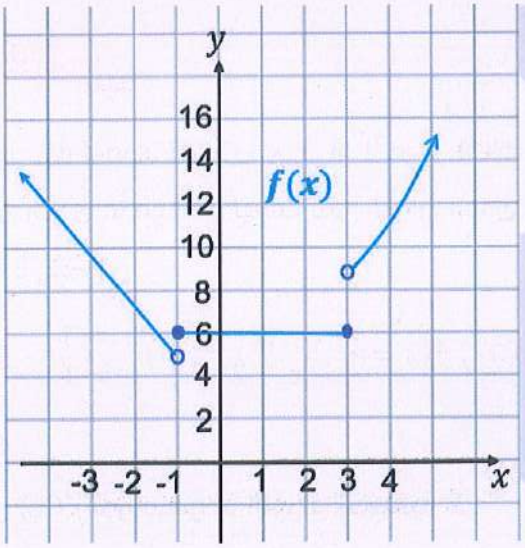
ثانياً $f(x)=6 \quad , \quad -1\le x\le 3$

x	-1	3
$f(x)$	6	6

ثالثاً $f(x)=x^2 \quad , \quad x>3$

x	3	4	5
$f(x)$	9	16	25

مداه الفترة $(5,\infty)$



$$\text{2)}\ f(x)=\begin{cases}2 & , \quad x\le 3\\ -2 & , \quad x>3\end{cases}$$

الحل

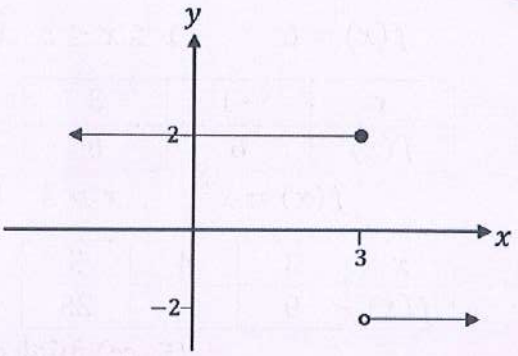
مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

أولاً $f(x)=2 \quad , \quad x\le 3$

x	3	1
$f(x)$	2	2

ثانياً $f(x)=-2 \quad , \quad x>3$

x	3	5
$f(x)$	-2	-2



انتبه

بالنسبة للمدى إما $y=-2$ أو $y=2$ لذلك يكون المدى مجموعة و ليست فترة أي أن المدى هو $\{2,-2\}$

③ $f(x)=\begin{cases}3 & , x=1\\ -x+2 & , x\neq 1\end{cases}$

الحل

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

أولاً $x=1$, $f(x)=3$

يمثل النقطة $(1,3)$ فقط

ثانياً $x\neq 1$, $f(x)=-x+2$

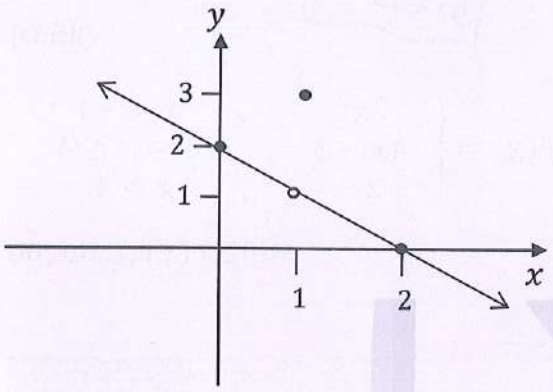
يمثل اقتران خطي بشرط $x\neq 1$

x	0	2
$f(x)$	2	0

هام جداً

- $f(x)=-x+2$
- $f(1)=-1+2=1$

النقطة $(1,1)$ عند الرسم تعين بدائرة مفتوحة



المدى هو $(-\infty,\infty)-\{1\}$

أي أن المدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية باستثناء (1)

تعبير آخر المدى هو $R-\{1\}$

تعبير آخر المدى هو $(-\infty,1)\cup(1,\infty)$

④ $f(x)=\begin{cases}x+5 & , x\neq 2\\ 6 & , x=2\end{cases}$

الحل

مجال $f(x)$ مجموعة الأعداد الحقيقية R

أولاً $x\neq 2$, $f(x)=x+5$

يمثل اقتران خطي بشرط $x\neq 2$

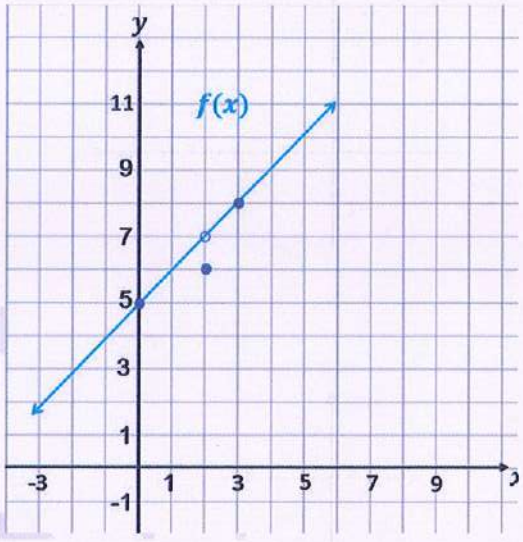
x	0	3
$f(x)$	5	8

$f(2)=2+5=7$

$(2,7)$ دائرة مفتوحة

ثانياً $f(x) = 6 \quad , \quad x = 2$

يمثل النقطة $(2, 6)$ فقط



المدى هو $(-\infty, \infty) - \{7\}$

حل آخر المدى هو $(-\infty, 7) \cup (7, \infty)$

حل آخر المدى هو $R - \{7\}$

عزيزي الطالب

نطرح جميع الحلول من أجل أسئلة اختيار من متعدد .

تدريب 3

QR صفحة 97

أمثّل كلاً من الاقترانات الآتية بيانياً و أحدد مجالها و مداها

① $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & , \quad x < 1 \\ 5 & , \quad 1 \le x < 4 \\ x + 2 & , \quad x \ge 4 \end{cases}$

② $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , \quad x < 3 \\ x + 3 & , \quad x \ge 3 \end{cases}$

نموذج أسئلة ضع دائرة

① إذا كان $f(x) = \begin{cases} 8x - a & , \quad x \le 2 \\ x^2 + 3a & , \quad x > 2 \end{cases}$

و كان $f(1) = f(4)$ فما قيمة $f(1)$ ؟

ⓐ 2 ⓑ 10 ⓒ -2 ⓓ 6

الحل

$f(1) = 8(1) - a = 8 - a$

$f(4) = (4)^2 + 3a = 16 + 3a$

$\rightarrow 8 - a = 16 + 3a$

$8 - 16 = 3a + a$

$-8 = 4a \rightarrow a = \frac{-8}{4} \rightarrow a = -2$

$f(1) = 8 - a$

$f(1) = 8 - -2 = 10$

الإجابة هي (b)

② إذا كان

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & , -2 < x \le 3 \\ 5x & , \quad 3 < x \le 5 \end{cases}$

فإن مجال $f(x)$ هو :

ⓐ $(-\infty, \infty)$ ⓑ $[-2, 5]$

ⓒ $(-2, 5)$ ⓓ $(-2, 5]$

الحل

الإجابة هي (d)

③ إذا كان $f(x)=\begin{cases}2x+1 & , x\neq 3\\ 4 & , x=3\end{cases}$ فإن مدى $f(x)$ هو :

ⓐ $R-\{7\}$ ⓑ R

ⓒ $R-\{4\}$ ⓓ $R-\{6\}$

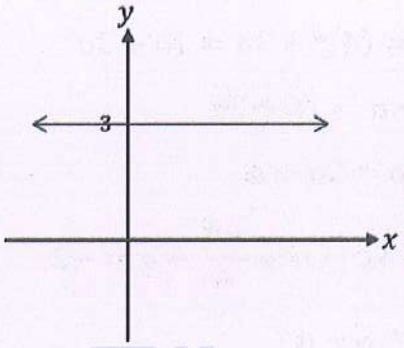
الحل

الإجابة هي (a)

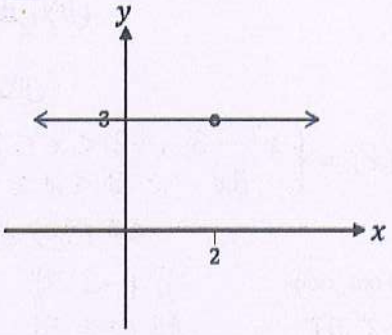
④ إذا كان $f(x)=\begin{cases}3 & , x\neq 2\\ -1 & , x=2\end{cases}$

فإن أحد الأشـــكال الآتيه يمثل التمثيل البياني للاقتران $f(x)$.

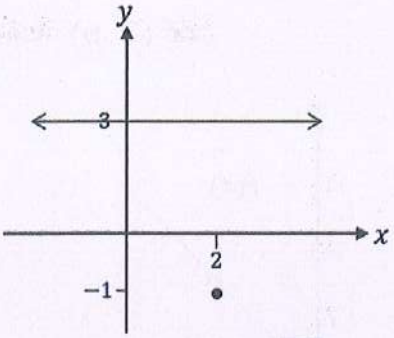
ⓐ



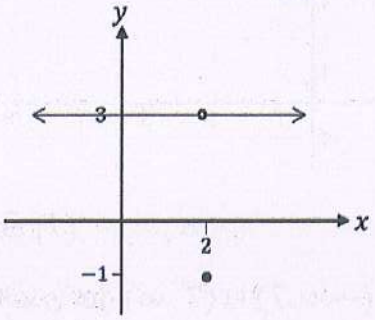
ⓑ



ⓒ



ⓓ



الحل

الإجابة هي (d)

⑤ إذا كان $f(x)=\begin{cases}x^2 & , -1<x<2\\ x+1 & , 2<x<3\\ 5 & , x=3\end{cases}$

فإن مجال $f(x)$ هو :

ⓐ $(-1,3]$ ⓑ $(-1,3)$

ⓒ $(-1,3]-\{2\}$ ⓓ $(-1,3)-\{2\}$

الإجابة هي (c)