أ. عمار الحاج
0782494382

الوحدة الأولى:

الاقترانات والمقادير الجبرية -

Functions and Algebraic Expressions

الدرس الأول: الاقترانات المتشعبة

تأسيس الدرس الأول

مثال 1 إذا كان $g(x) = 10 - x$ ، فأجيب عن الأسئلة الآتية تباعًا:

① أجد $g(-5)$

② أجد $g(3) + 6$

③ أجد قيمة x التي تجعل $g(x) = -35$

مثال 2 إذا كان $f(x) = 5x - 3$ ، فأجد قيمة كل مما يأتي:

① $f(2) + f(-1)$

② $25 - f(-2)$

③ $f(5)$

④ $f(0)$

مثال 3 إذا كان $f(x) = 2x + 6$ ، فأجيب عن الأسئلة الآتية تباعًا:

① أجد $f(3)$

② أجد $f(-4) + 10$

③ أجد قيمة x التي تجعل $f(x) = -10$

مثال 4 أمثّل كلًا من الاقترانات الآتية بيانيًا:

① $f(x) = 4 - x$

② $g(x) = x + 2$

③ $h(x) = 2x - 5$

كل سطر تحفظه الآن، هو مسمار جديد في نعش الفشل.

④ $r(x) = -x$

⑤ $s(x) = 2\,(1 + x)$

⑥ $m(x) = 3$

⑦ $f(x) = x - 3$

مثال 5 أمثّل كل اقتران مما يأتي بيانيًا، وأحدّد مجاله ومداه:

① $f(x) = x^2 - 3x - 4 \quad , \quad -1 \leq x \leq 5$

② $f(x) = 4x^2 + 8x + 3 \quad , \quad 0 \leq x \leq 3$

③ $y = 2x^3 - 6x + 4 \quad , \quad -2 \leq x \leq 3$

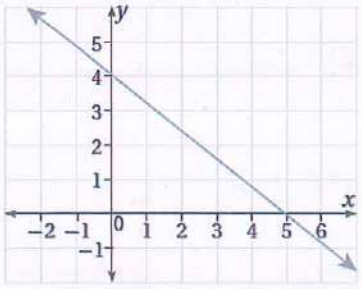
④ $y = 3x^2 - x^3 + 9x - 4 \quad , -3 \leq x \leq 4$

⑤ $f(x) = x^3 - 3x - 2 \quad , \quad -3 \leq x \leq 3$

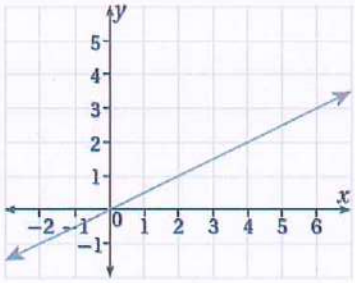
⑥ $f(x) = x^2 - 4x \quad , \quad -1 \leq x \leq 4$

مثال 6 أجد معادلة المستقيم المُمثّل بيانيًا في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

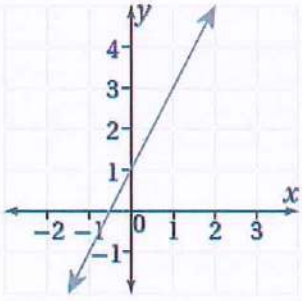
①



②



③



في اللحظة التي تقرر فيها إغلاق الكتاب قبل إنهاء درسك، تذكر خصمك الذي لا يزال يدرس.. كن أنت الرقم الصعب.

مثال 7 أجد قيمة كلّ من المقادير الآتية:

① $|17|$

② $|-32| - 10$

③ $4 + |12|$

④ $3 + |-7|$

⑤ $|-8| + |-22|$

⑥ $|-9| - 2$

⑦ $|2|$

⑧ $|-3|$

الاقتران المتشعب:

مسألة اليوم:

يُبيّن الجدول التالي تعرفة ثمن المياه للاستهلاك المنزلي في الدورة الواحدة لبعض شرائح الاستهلاك. كم تدفع أسرة استهلكت $42\ m^3$ من الماء؟

شرائح الاستهلاك مقرّبة إلى أقرب m^3	التعرفة JD/m^3
0 - 18	0.361
19 - 36	0.450
37 - 54	0.550
55 - 72	1.000
أكثر من 72	1.200

مثال 1

إذا كان:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & , -3 \le x \le 1 \\ x^2 & , x \ge 1 \end{cases}$$

① أحدّد مجال $f(x)$

② أجد قيمة $f(-2)$

③ أجد قيمة $f(1)$

④ أمثّل الاقتران $f(x)$ بيانيًا ، وأحدّد مداه.

لا تكتف بفهم الفكرة. "حل بايدك"، فالفهم بلا ممارسة في الرياضيات كالسفينة بلا مجاديف

مثال 2

إذا كان:

$$f(x)=\begin{cases}3x+2 & , x<2\\ 5 & , x=2\\ 2x-1 & , x>2\end{cases}$$

① أحدّد مجال $f(x)$

② أجد قيمة كلّ من $f(5)$ ، وَ $f(2)$

③ أمثّل الاقتران $f(x)$ بيانيًا ، وأحدّد مداه.

مثال 3

إذا كان: $f(x)=\begin{cases}3x^2 & , x<-1\\ 4x-3 & , -1\le x\le 4\\ 2 & , x>4\end{cases}$

فأجد كلًا من:

① $f(-2)$

② $f(-1)$

③ $f(0)$

④ $f(4)$

⑤ $f(8)$

⑥ $f(5)$

مثال 4

أمثّل كلاً من الاقترانات الآتية بيانيًا ، وأحدّد مجالها ومداها:

① $f(x)=\begin{cases}3-2x & , x<-1\\ 6 & , -1\le x\le 3\\ x^2 & , x>3\end{cases}$

② $f(x)=\begin{cases}3 & , x=1\\ -x+2 & , x\ne 1\end{cases}$

③ $f(x)=\begin{cases}x+5 & , x\ne 2\\ 6 & , x=2\end{cases}$

④ $f(x)=\begin{cases}2 & , x\le 3\\ -2 & , x>3\end{cases}$

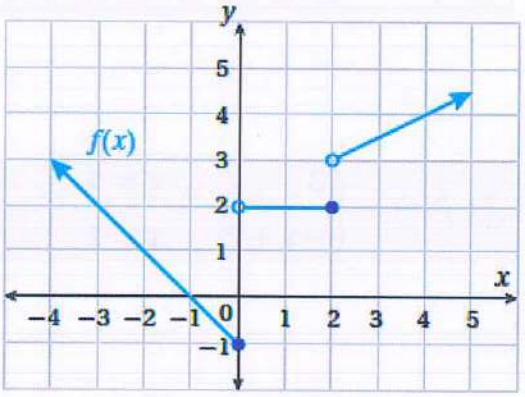
استعن بالله، ولا تعجز، فالمستقبل ينتظر بصمتك الخاصة

إيجاد قاعدة الاقتران المتشعب:

مثال 5

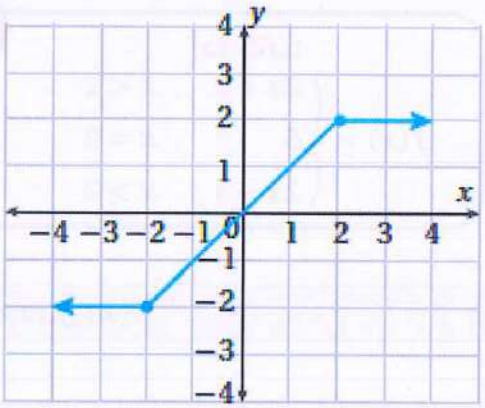
أكتب قاعدة الاقتران المتشعب $f(x)$ الممثّل بيانيًا في كل مما يأتي .

①

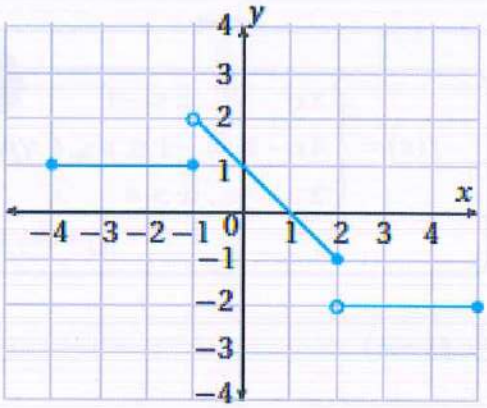


②

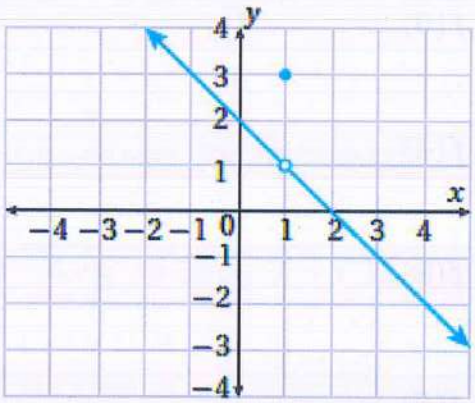
③



④



⑤



الفشل الحقيقي ليس في الرسوب، بل في الانسحاب من المعركة قبل أن تبدأ.

اقتران القيمة المطلقة

هو اقتران يحتوي على قيمة مطلقة لمقدار جبري، ومن أمثلته:

$f(x) = |x^2 - 2x - 3|$, $f(x) = 2|x| + 3$,

$$f(x) = \left|\frac{x+2}{2x-6}\right|$$

ومن أبسط اقترانات القيمة المطلقة الاقتران $f(x) = |x|$ ، ويُمكن كتابته بصورة اقتران متشعب كما يأتي:

$$f(x) = \begin{cases} -x & , x < 0 \\ x & , x \geq 0 \end{cases}$$

تُسمّى إعادة كتابة أيّ اقتران قيمة مطلقة على صورة اقتران متشعّب، من دون استعمال رمز القيمة المطلقة، إعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة.

مثال 6 أعيد تعريف كل من الاقترانات الآتية :

① $f(x) = |2x + 4|$

② $f(x) = |3x - 6|$

③ $f(x) = |7x - 5| + 3$

④ $f(x) = 2|x + 3|$

⑤ $f(x) = -|x - 4| + 1$

⑥ $f(x) = |3x - 9|$

تمثيل اقتران القيمة المطلقة بيانيا

يتكوّن التمثيل البياني لاقتران القيمة المطلقة الذي على الصورة $f(x) = a|x - h| + k$ ، حيث $a \neq 0$ ، من شعاعين على شكل حرف V متماثلين حول المحور $x = h$ ، ورأس الاقتران (function vertex) هو النقطة التي يصل عندها إلى أعلى قيمة أو أقلّ قيمة وإحداثياها (h, k) .

يُمكن تمثيل اقتران القيمة المطلقة بيانيًا باستعمال محور التماثل والرأس.

مثال 7 أمثّل بيانيًا كل اقتران ممّا يأتي، وأحدّد مجاله ومداه:

① $f(x) = |x|$

② $f(x) = -|x + 2| + 3$

③ $f(x) = |x - 3| - 2$

④ $f(x) = -2|x - 4| + 3$

⑤ $f(x) = |x - 3| - 2$

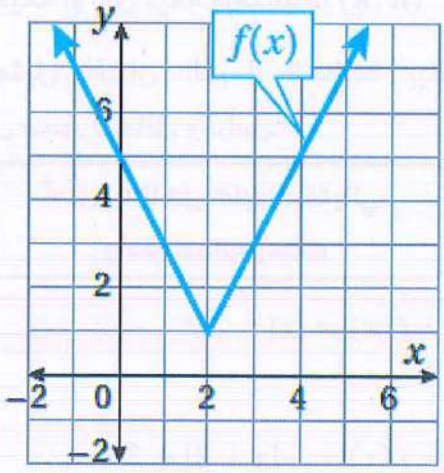
⑥ $f(x) = 2|x + 3|$

⑦ $f(x) = -|x - 4| + 1$

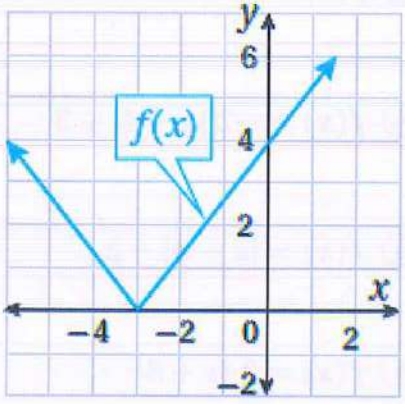
إيجاد قاعدة اقتران
القيمة المطلقة

مثال 8 أكتبْ قاعدة اقتران القيمة المطلقة الممثّل بيانيًا في كل من الأشكال الآتية.

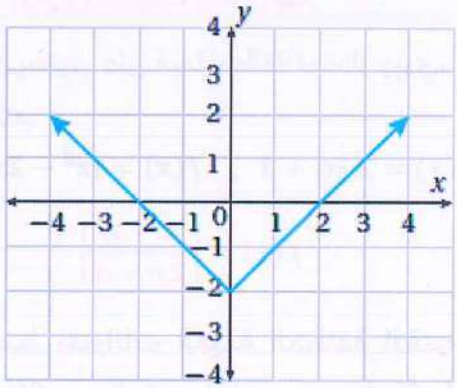
①



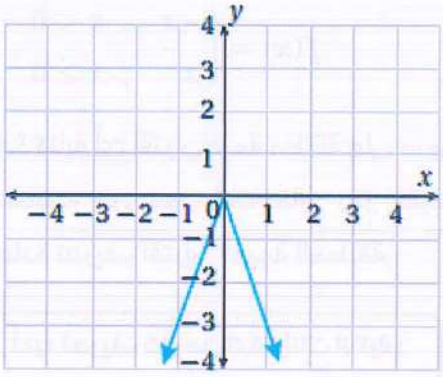
②



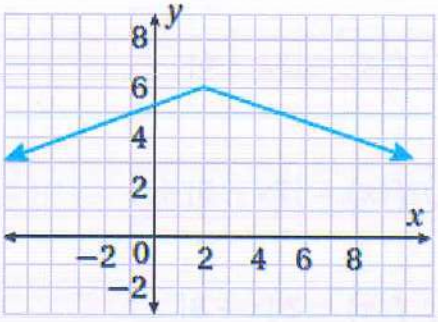
③



④



⑤



لا تترك ورقة الامتحان تقول عنك "ليته درس". بل اجعلها تصرخ "هذا هو المتفوق"

أسئلة من الحياة

مثال 9

عمل: أجرة ساعة العمل الواحدة في إحدى الشركات 4 دنانير خلال أوقات العمل النظامية المعتادة ضمن 40 ساعة عمل في الأسبوع. وتدفع الشركة لكلّ ساعة عمل إضافي فوق ذلك أجرة ساعة ونصف من ساعات العمل المعتاد. أكتبُ اقترانًا لحساب الأجرة الأسبوعية لعامل اشتغل x ساعة في أسبوع.

مثال 10

زادت شركة رواتب موظفيها الشهرية وفق الأسس الآتية: الرواتب التي تقلّ عن 400 دينار زيدت بنسبة 15% ، والرواتب من 400 دينار إلى أقلّ من 600 دينار زيدت بنسبة 10% ، مع علاوة ثابتة بقيمة 20 دينارًا ، والرواتب من 600 دينار وأكثر زيدت 80 دينارًا. أكتبُ اقترانًا متشعّبًا لحساب الراتب الجديد لموظّفي الشركة.

مثال 11

خيمة: يُمثّل منحنى الاقتران $f(x) = -1.4\,|x - 2.5| + 3.5$ حافتي الوجه الأمامي لخيمة ، ويُمثّل العمود الذي يتوسّط الوجه الأمامي للخيمة محور التماثل ، أمّا المحور x فيُمثّله سطح الأرض. أُمثّل اقتران بيانياً وأحدّد مجاله ومداه:

مسألة اليوم:

يُبيّن الجدول التالي تعرفة ثمن المياه للاستهلاك المنزلي في الدورة الواحدة لبعض شرائح الاستهلاك. كم تدفع أسرة استهلكت $42\ m^3$ من الماء؟

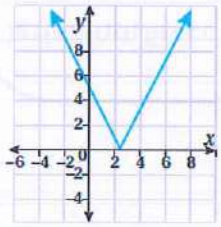
شرائح الاستهلاك مقربة إلى اقرب m^3	التعرفة JD/m^3
0 - 18	0.361
19 - 36	0.450
37 - 54	0.550
55 - 72	1.000
أكثر من 72	1.200

مهارات التفكير العليا:

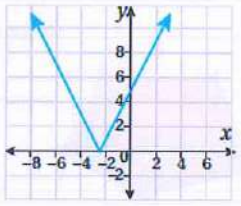
① **تبرير:**

أيّ الآتية تُمثّل منحنى الاقتران $f(x) = |2x - 5|$ ؟ أُبرّر إجابتي.

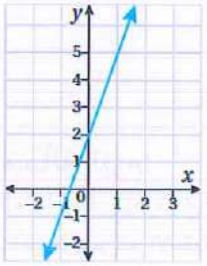
a)



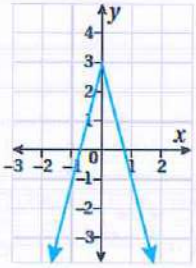
b)



c)



d)



② **تحدٍّ:**

أُمثّل الاقتران: $g(x) = -|4 - 2x| - 3$ بيانيًا.

كتاب التمارين

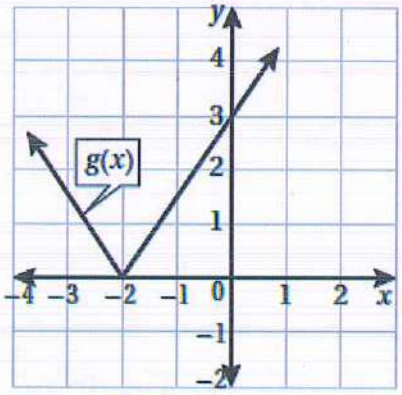
أعيد تعريف كلّ من الاقترانين الآتيين:

① $f(x) = |5x - 4|$

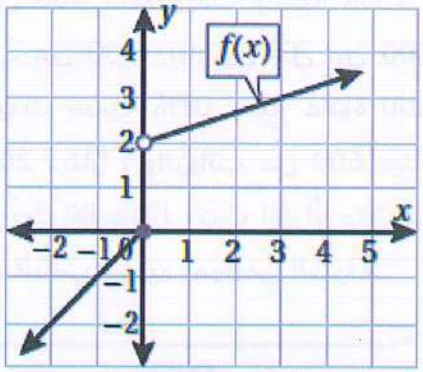
② $f(x) = |3 - 2x| - 6$

أكتبُ قاعدة الاقتران المعطى تمثيله البياني، في كُلّ ممّا يأتي:

③



④



في امتحان الرياضيات، أنت والورقة في منافسة شريفة؛ اجعل سلاحك "القانون" ودرعك "التركيز"